

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ИНСТРУМЕНТАРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

© 2018 **Богатырев Владимир Дмитриевич**

доктор экономических наук, профессор

© 2018 **Есипова Ольга Васильевна**

кандидат экономических наук

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
(Самарский университет)

443086, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

E-mail: olga.esipova773@mail.ru

Для оптимизации операционной и финансовой деятельности производственного предприятия в статье предлагается разработанная математическая модель и инструментарий ее решения. Модифицированный инструментарий оптимизации позволяет сократить трудоемкость расчетов математической модели благодаря использованию четырех взаимосвязанных алгоритмов.

*Ключевые слова:* математическая модель, оптимизация, производственное предприятие, микро-математический инструментарий.

### **Введение.**

В настоящее время планирование деятельности производственных предприятий рассматривается обособленно либо в области операционных задач, либо путем изучения финансового состояния. Ряд российских авторов В.А. Василенко, О.М. Горелик, Б.С. Дмитриевский, В.Н. Дякин, В.Г. Матвейкин, Р.А. Фатхутдинов, а также зарубежные ученые М.Х. Мескон, М. Робинсон в своих работах исследуют задачи операционного управления. Вопросы финансового управления рассматриваются в работах следующих авторов Л.Е. Басовского, Р. Брейли, Ю. Бриггема, Ван Хорна Дж. К., Л. Гапеского, С. Майерса, А.Д. Шеремета. Однако в литературе практически не представлены авторы, которые рассматривают финансовые и операционные задачи в их взаимосвязи.

В данной статье предлагаются авторские математическая модель и инструментарий оптимизации операционной и финансовой деятельности производственного предприятия, построенные с использованием теории методов оптимизации [1].

### **Формирование математической модели.**

В качестве целевой функции модели предлагается использовать чистую прибыль производственного предприятия после уплаты налогов, а переменные и ограничения формировать на основе схемы построения операционных и финансовых бюджетов [2]. Искомые пере-

менными модели являются в операционной части — цены, которые влияют на спрос на готовую продукцию и определяют объем продаж, объемы производственной программы, которые, как правило, не совпадают с объемами реализации из-за эффекта сезонности, объемы производственных запасов, закупки которых не совпадают с объемами, необходимыми для производства из-за требований поставщиков и программы логистики; в финансовой части — программа привлечения и погашения по кредитной линии. Вопросы формирования ограничений в модели рассматривались ранее в [3], далее предлагается использовать следующие ограничения и уравнения взаимосвязи: ограничение на остаток кэш-фло в каждом из временных периодов, ограничение на суммы кредитования, ограничение на уровень прибыльности продаж, ограничения на коэффициенты текущей и абсолютной ликвидности, заданные банками в качестве обязательных, условие равенства активов и пассивов.

Особенностью разработанной модели является то, что некоторые функции не являются непрерывными. Так, функция цены на сырье от объемов закупки представляется дискретной, то есть задается в виде таблицы и не может быть аппроксимирована. Такие функции были представлены ранее в ряде работ [4], они представляют уравнения взаимосвязи показателей операционной и финансовой деятельности, сформированные на основе схемы построения бюджетов и учитывают налогообложение,

$$\Pi(p, Q, S, K) = \sum_{t=1}^T [\Pi_n^t(p, Q, S, K) - \Omega^t(p, Q, S, K)] \xrightarrow{p, Q, S, K} \max,$$

$$\Pi_n^t(p, Q, S, K) = R^t(p) - C_R^t(p, Q, S) - R_e^t - C_K^t - C_e^t - H^t(K_o^t),$$

$$\Omega^t(p, Q, S, K) = (\Pi_n^t(p, Q, S, K) - U^t) \cdot \omega, \quad U^t = \theta_U^{t-1} \cdot u,$$

$$R^t(p) = \sum_{i=1}^I q_i^t(p_i) \cdot p_i,$$

$$C_R^t(p, Q, S) = \sum_{i=1}^I C_{iR}^t(Q, S) \cdot q_i^t(p_i),$$

$$F^t = F^{t-1} + f_R^t - f_C^t,$$

$$f_R^t = f_P^t + f_{AP}^t + f_{ER}^t + K_n^t,$$

$$f_C^t = f_Z^t + f_{AZ}^t + f_W^t + f_\Omega^t + f_{EC}^t + f_H^t + K_v^t,$$

$$F^t \geq F_{\min}^t,$$

$$f_P^t = \sum_{\beta=-\beta^*}^{-1} R^{1+\beta} \cdot \alpha_R^\beta + R^t \cdot \alpha_R^0, \quad f_{AP}^t = \sum_{\beta=1}^{\beta^*} R^{t+\beta} \cdot \alpha_R^\beta, \quad \sum_{\beta=-\beta^*}^{\beta^*} \alpha_R^\beta = 1,$$

$$f_Z^t = \sum_{\beta=-\beta^*}^{-1} \sigma^{t+\beta} \cdot \alpha_Z^\beta + \sigma^t \cdot \alpha_Z^0, \quad f_{AZ}^t = \sum_{\beta=1}^{\beta^*} \sigma^{1+\beta} \alpha_Z^\beta, \quad \sum_{\beta=-\beta^*}^{\beta^*} \alpha_Z^\beta = 1,$$

$$f_W^t = W^{t-1} \cdot \alpha_W^{-1} + W^t \cdot \alpha_W^0, \quad \alpha_W^{-1} + \alpha_W^0 = 1,$$

$$f_\Omega^t = \Omega^{t-1} \cdot \alpha_\Omega^{-1}, \quad \alpha_\Omega^{-1} = 1,$$

$$f_{EC}^t = \sum_{\beta=-\beta^*}^0 (C_H^{t+\beta} + C_K^{t+\beta} + E_Q^{t+\beta} + E_M^{t+\beta} + \Gamma^{t+\beta}) \cdot \alpha_Z^\beta, \quad \sum_{\beta=-\beta^*}^0 \alpha_Z^\beta = 1,$$

$$K_o^t = \sum_{g=1}^G K_{0g}^t = \sum_{g=1}^G \sum_{\tau=1}^t (K_{ng}^\tau - K_{vg}^\tau), \quad K_v^t = \sum_{g=1}^G K_{vg}^t, \quad K_n^t = \sum_{g=1}^G K_{ng}^t,$$

$$\forall g = 1, \dots, G \quad K_g^{\max} \geq K_{0g}^t \geq 0,$$

$$H^t(K_o^t) = f_h^t = \sum_{g=1}^G H_g^t(K_{og}^t), \quad H_g^t = h_g \cdot K_{og}^t,$$

$$A^t = B^t,$$

$$A^t = \Phi^t + \Theta^t,$$

$$\Phi^t = F^t + \varphi_M^t + \varphi_Q^t + \varphi_D^t + \varphi_R^t,$$

$$\Theta^t = \theta_N^t + \theta_U^t + \theta_K^t,$$

$$B^t = \Delta^t + \Xi^t + \Psi^t,$$

$$\frac{F^t}{\Psi^t} > L_{abs}, \quad \Psi^t = \psi^t = \psi^{t-1} - \psi_\Delta^{t-1} + C^t - f_Z^t - f_W^t - f_{EC}^t - f_\Omega^t - f_H^t + f_{AP}^t + K_o^t,$$

$$\frac{\Phi^t - \varphi_R^t}{\Psi^t} > L_{current}, \quad \varphi_R^t = \varphi_R^{t-1} - \varphi_\Delta^{t-1} + R^t - f_P^t - f_{ER}^t + f_{AZ}^t,$$

$$R_r^t = \frac{\Pi^t}{R^t} > R_r^*,$$

$A$  — сумма активов,  $a$  — сумма амортизация,  
 $B$  — сумма кредиторской задолженности,  
 $C_K$  — коммерческие расходы,  $C_{ин}$  — накладные расходы,  
 $C_{iP}$  — себестоимость произведенной продукции,  
 $C_{iR}$  — себестоимость реализованной продукции,  
 $E$  — сумма дебиторской задолженности,  
 $e_*$  — оплата готовой продукции покупателем,  
 $F$  — сальдо кэш-фло,  $g$  — номер банка ( $g = 1, \dots, G$ ),  
 $i$  — вид готовой продукции ( $i = 1, \dots, I$ ),  $j$  — вид сырья и материалов ( $j = 1, \dots, J$ ),  
 $K_o$  — сумма задолженности перед банком,  
 $M$  — объем прихода производственных запасов,  
 $m$  — объем расхода производственных запасов,  
 $n$  — номер отдельного покупателя / поставщика ( $n = 1, \dots, N$ ),  
 $O$  — стоимость производственных запасов и готовой продукции на складе,  
 $P$  — цена на готовую продукцию,  
 $q$  — объем реализованной продукции,  
 $Q$  — объем произведенной продукции,  
 $R$  — выручка от реализации продукции,  
 $R_b$  — сумма задолженности по налогам,  
 $R_w$  — сумма задолженности по оплате труда,  
 $R_z$  — сумма задолженности перед поставщиками,  
 $R_v$  — сумма кредиторской задолженности (кроме поставщиков),  
 $S_d$  — объем прочих долгосрочных займов,  $S_r$  — прочих краткосрочных займов,  
 $t$  — текущий временной период ( $t = 1, \dots, T$ ),  $U$  — стоимость основных средств,  
 $v$  — объем незавершенных капвложений,  
 $V$  — размер уставного капитала,  $\eta$  — размер добавочного и резервного капитала,  
 $w$  — почасовая оплаты труда,  $W$  — суммарные расходы на оплату труда,  
 $X$  — остаток готовой продукции или производственных запасов на складе,  
 $\tilde{z}$  — средняя цена за единицу производственных запасов,  
 $z_*$  — сумма оплаченной кредиторской задолженности,  
 $\beta$  — доля платежей,  $\beta_g$  — процентная ставка по кредиту,  
 $\Phi$  — стоимость оборотных активов,  $\theta$  — стоимость незавершенного производства,  
 $\Pi$  — чистая прибыль,

Рис. 1. Переменные математической модели

проценты по кредитам, объемы кредиторской и дебиторской задолженностей, суммы активов и пассивов.

### Разработка инструментария оптимизации деятельности производственного предприятия.

Для решения математической модели предлагается использовать алгоритм перебора, в нем перебираются различные комбинации переменных с определенным шагом и рассчитывается чистая прибыль предприятия. В результате выбирается вариант решения с максимальной чистой прибылью, который обеспечивает соблюдение указанных выше ограничений. Достоинство такого алгоритма в том, что при наличии дискретных функций он является более точным, а недостаток — в трудоемкости проводимых вычислений. В работе предлагается разработанный автором инструментарий с рекурсивным алгоритмом перебора переменных (см. рис. 2), который позволяет находить оптимальное решение математической модели операционной и финансовой деятельности производственного предприятия. В представленном алгоритме перебираются значения искомым переменных из заранее заданной таблицы значений.

Одной из таких таблиц является таблица с ценами на готовую продукцию, в ней заданы дискретные значения цен, полученные при проведении анкетирования покупателей, от минимальных и до максимальных значений для некоторого локального рынка (см. табл. 1). В предлагаемом алгоритме на каждом шаге цикла заново пересчитываются все уравнения взаимосвязей в модели и проводятся следующие проверки.

Первая проверка определяет достаточность производственных мощностей предприятия для удовлетворения спроса покупателей. Если производственных мощностей недостаточно, то

предполагается, что частичное удовлетворение спроса покупателей невозможно, так как объемы продаж и цены на готовую продукцию включаются как существенные условия в договоры с покупателями. Поэтому частичное удовлетворение спроса — это нарушение предприятием взятых обязательств по договорам продажи готовой продукции. Следовательно, решение задачи, определяющее неудовлетворенный спрос покупателей, не принимается.

Вторая проверка определяет достаточность остатка кэш-фло производственного предприятия в каждом из временных периодов, так как даже при наличии заемных средств данное условие не всегда возможно удовлетворить. Следовательно, решение задачи, при котором данное условие не выполняется, также не принимается.

Третья проверка определяет условие максимальной чистой прибыли в полученном варианте решения. Если чистая прибыль превышает величину, полученную ранее, то алгоритм записывает такой результата, а далее переходит к следующему шагу — к расчету варианта решения с новыми значениями переменных из таблиц дискретных функций.

В том случае, если число перебираемых переменных и число их дискретных значений невелико, то рекомендуется использовать именно предложенный выше алгоритм.

В качестве иллюстрации можно привести работы В.Г. Левитана и И.А. Хасаншина, в которых перебираемыми переменными являлись только цены на готовую продукцию, которые изменялись в ограниченном диапазоне. Например, в работе И.А. Хасаншина расчет проводился для цен на четыре вида готовой продукции, при этом каждая из переменных могла принимать всего четыре заранее заданных значения, таким образом, для нахождения оптимального решения алгоритм рассчитал  $4 * 4 * 4 * 4 = 256$  вариантов решения задачи, при этом по существу были

Таблица 1. Таблица цен на готовую продукцию

$P_1^{\min}$	...	$P_1^{\max}$
...	...	...
$P_i^{\min}$	...	$P_i^{\max}$
...	...	...
$P_l^{\min}$	...	$P_l^{\max}$

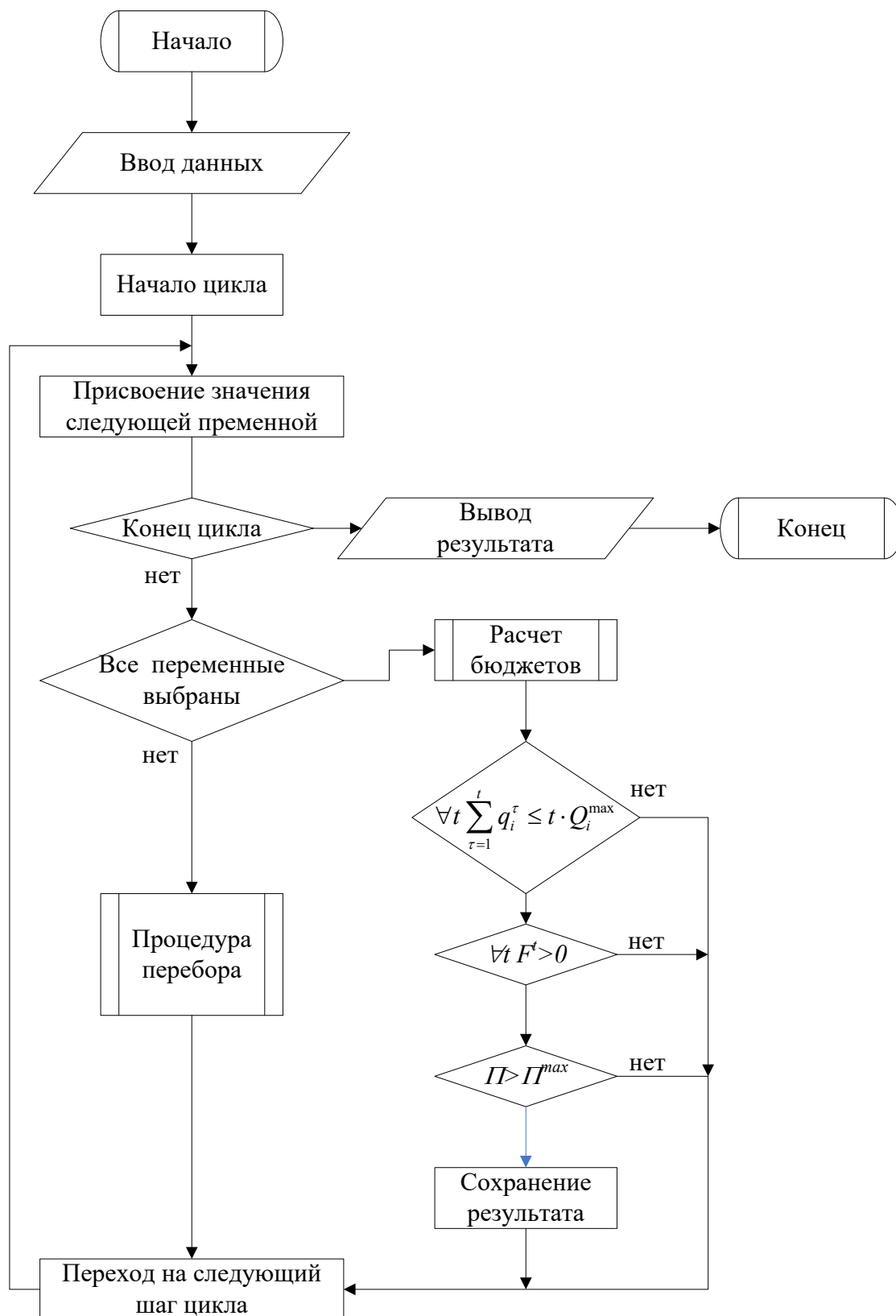


Рис. 2. Алгоритм решения оптимизационной задачи методом перебора

рассчитаны все бюджеты, начиная с бюджета продаж и до бюджета себестоимости, а также финансового бюджета доходов и расходов [5].

В другом примере, в работе В.Г. Левитана расчет проводился для цен на шесть видов готовой продукции, при этом каждая из переменных цены могла иметь одно из шести значений, следовательно, для нахождения оптимального решения алгоритм рассчитал все операционные бюджеты и бюджет доходов и расходов  $6^5 = 46656$  раз, что заняло уже существенное время [6].

В данной работе в отличие от вышеприведенных авторов предлагается в качестве искомым переменных использовать не только цены на готовую продукцию, но и объемы производства, представляющие собой матрицу, и объемы закупок производственных запасов, представляющие собой матрицу, а также объемы заимствований. Если одновременно алгоритм перебирает все эти переменные, и, например, в наличии три вида готовой продукции, цены на которые могут иметь пять значений; объемы производства планируются на двенадцать месяцев, в каждом из которых десять значений; объемы закупок производственных запасов планируются на тридцать две позиции и на двенадцать месяцев, в каждом из которых также по десять значений; а объемы заимствований и погашения долга планируются на двенадцать месяцев, причем платежи имеют десять значений, то число вариантов решения математической модели составит  $5^3 * 10^{36} * 10^{384} * 10^{12} = 125 * 10^{432}$  раз. Таким образом, подобная задача не может быть решена данным алгоритмом за фиксированное время.

В связи с этим предлагается модифицировать вышеприведенный алгоритм. Разработанный автором модифицированный алгоритм представляет собой декомпозицию решения на четыре блока, в первом блоке подбираются цены с использованием метода перебора, во втором блоке рассчитывается производственная программа, в третьем блоке определяются объемы заимствований и погашения долга, в четвертом

блоке — объемы закупок производственных запасов. То есть, задача оптимизации делится на четыре независимые подзадачи с разными наборами искомым переменных, решение каждой из задач оформляется отдельными процедурами.

В модифицированном алгоритме на каждом шаге цен на готовую продукцию заново рассчитываются все уравнения взаимосвязи, далее проводятся три проверки и последовательно выполняются три оставшиеся процедуры. Причем при достаточности производственных мощностей рассчитываются объемы производства с учетом того, что часть готовой продукции направляется на склад на хранение в периоды пониженного спроса, чтобы в дальнейшем быть реализованной в периоды повышенного спроса.

#### Выводы.

Таким образом, в работе представлены математическая модель и инструментарий, которые позволяют решать задачу оптимизации деятельности производственного предприятия с меньшим количеством операций, чем представленные в работах других авторов алгоритмы. Для примера из трех видов продукции, цена по каждому из которых может иметь пять значений, число вариантов подбираемых решений составит:  $5^3 + 12 + 12 = 149$

Однако при большом числе видов продукции, число вариантов подбираемых решений остается существенным, например, если в ассортиментном ряде готовой продукции десять видов, а цены принимают пять значений, то число перерасчетов математической модели составит:  $5^{10} + 12 + 12 = 9765649$  раз. Недостатком модифицированного алгоритма, представленного в работе, является то, что из-за использования декомпозиции на четыре независимых блока не учитывается влияние производственной деятельности на все виды затрат, в результате чего некоторые варианты решений могут быть не проанализированы.

#### Библиографический список

1. Полак, Э. Численные методы оптимизации / Э. Полак. — М.: Мир, 1974.
2. Шим, Д.К. Основы коммерческого бюджетирования: пер. с англ. / Д.К. Шим, Д.Г. Сигел. — СПб.: Пергамент, 1998.
3. Богатырев, В.Д. Оптимизационная модель выбора цен на реализуемую продукцию промышленного предприятия / В.Д. Богатырев, О.В. Есипова // Экономические науки. 2010. № 11. С. 261–266.
4. Есипова, О.В. Экономико-математическая модель определения прибыли предприятия / О.В. Есипова // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. 2011. № 6. С. 234–239.

5. *Богатырев, В.Д.* Модель планирования ассортимента продуктов питания и заказа сырья / В.Д. Богатырев, И.А. Хасаншин // Управление большими системами. 2006. № 12–13. С. 24–31.
6. *Богатырев, В.Д.* Модель и алгоритм краткосрочного планирования производственной деятельности предприятия в условиях гетерогенной полиполии / В.Д. Богатырев, В.Г. Левитан // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2011. № 4. С. 15–25.

*Поступила в редакцию 12.05.2018 г*